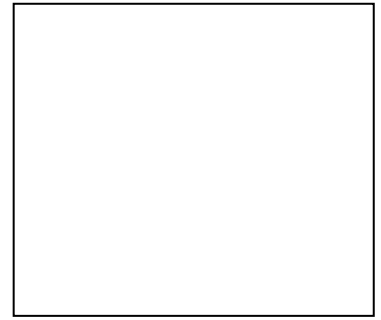


氏名 _____

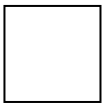
学籍番号 _____



1. 定積分の定義に基づいて

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{n-1} f(a+ih)h \quad \left(h = \frac{b-a}{n} \right)$$

と書くことができる。この式を用いて $\int_0^c x dx = \frac{c^2}{2}$ となることを示せ。(10点)



2. 積分の平均値の定理について、以下の問いに答えよ。(10点)

(1) 空欄を埋めよ。

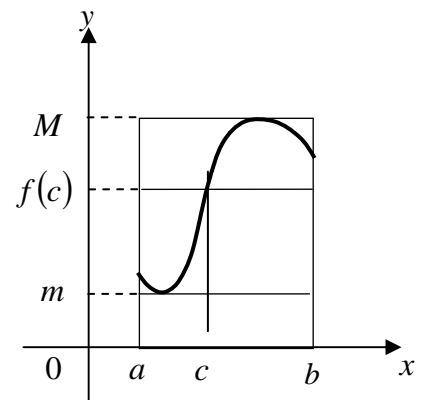
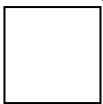
関数 $f(x)$ が区間 $[a, b]$ で ならば、

$$\int_a^b f(x) dx = \text{ } \quad (a < c < b)$$

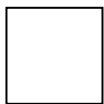
を満たす数 c が存在する。

(2) 区間 $[a, b]$ における $f(x)$ の最大値を M 、最小値を m とするとき、下図を参考にして

積分の平均値の定理の意味を説明せよ。説明に合わせて図を完成させよ。



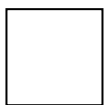
3. 置換積分を用いて, 不定積分 $\int \frac{1}{1+x^2} dx$ を求めよ。 (ヒント) $\tan t = x$ とおく (10点)



上の結果を用いて, 半無限区間 $(0, \infty)$ の広義積分 $\int_0^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$ を求めよ。

4. 以下の不定積分をもとめよ。

(1) $\int \frac{x+1}{x^2+2x+2} dx$ (10点)



以下の不定積分をもとめよ。 (続き)

(2) $\int e^{-x} \cos x dx$ (10 点)

(3) $\int \cos(3x+2) dx$ (10 点)

(4) $\int \frac{dx}{x\sqrt{1+x}}$ (ヒント) $\sqrt{1+x}=t$ とおく (10 点)

5. 以下の定積分を求めよ。

(1) $\int_0^1 x e^x dx$ (10点)

(2) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x \sin x dx$ (10点)

6. a を正の実数とし、定積分を用いて曲線 $y = \sqrt{a^2 - x^2}$ ($-a \leq x \leq a$) を x 軸の回りに1回転してできる回転体の体積を求めよ。(10点)