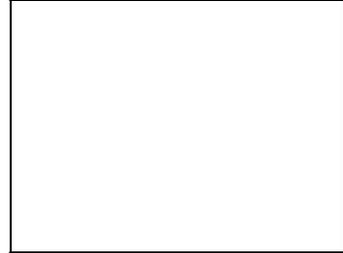


微分積分学 I 中間試験問題 (2007年6月)

氏名 \_\_\_\_\_

学籍番号 \_\_\_\_\_



1. (1) 平均値の定理の図形的意味を述べよ。(5点)



- (2) 関数  $f(x) = x^2$  の導関数  $f'(x)$  を、微分の定義にもとづいて求めよ。(5点)



- (3) 関数  $f(x)$  が  $x = c$  で微分可能ならば、 $f(x)$  は  $x = c$  で連続であることを示せ。(5点)



2. (1)  $\sin^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2}$  を求めよ。(5点)



(2)  $\theta = \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{5}}$  のとき、 $\cos 2\theta$  を求めよ。(5点)

3. 次の極限值を計算せよ。

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \{\sqrt{n} - \sqrt{n-1}\}$  (5点)

(2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}}$  (5点)

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^x - e^{-x}}$  (5点)

(4)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$  (5点)

4. 次の関数のマクローリン展開を  $x^3$  の項まで求めよ。

(1)  $f(x) = e^x$  (5点)

(2)  $f(x) = \log(1 + \sin x)$  (5点)

5. 次の関数の導関数を求めよ。

(1)  $f(x) = x^{\frac{2}{3}}$  (5点)

(2)  $f(x) = \log|x|$  (5点)

(3)  $f(x) = x^x$  (5点)

(4)  $f(x) = \sin^{-1} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$  (10点)

6.  $xy$ -平面で極座標表示された曲線  $r = \sin \theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) を  $x, y$  の式で表せ。(5点)

7. 関数  $f(x) = \sin x - x \cos x$  とする。中間値の定理を用いて、方程式  $f(x) = 0$  は、区間  $[\pi, \frac{3}{2}\pi]$  で実数解を持つことを示せ。(5点)

8.  $x^{100}$  を  $(x - 1)^3$  で割った余りを、 $x = 1$  におけるテイラー展開を用いて求めよ。(10点)