

微分積分学 I 中間試験問題 (2008年6月)

氏名 _____

学籍番号 _____

1. (1) 無限等比級数

$$2 - \frac{1}{2} + \frac{1}{8} - \frac{1}{32} + \frac{1}{128} - \frac{1}{512} + \frac{1}{2048} - \dots$$

の和を求めよ。(7点)

- (2) 平均値の定理の図形的意味を述べよ。(5点)

- (3) 関数 $f(x) = x^3$ の導関数 $f'(x)$ を、微分の定義にもとづいて求めよ。(5点)

- (4) 関数 $f(x) = |x(x-2)|$ が微分可能でない点をすべて記せ。また、それらの点が微分可能でない理由を述べよ。(7点)

2. (1) $\cos^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2}$ を求めよ。(5点)

- (2) $\frac{\pi}{3} = \sin^{-1} x$ のとき、 $\cos^{-1} x$ を求めよ。(5点)

3. 次の極限值を計算せよ。

- (1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}\}$ (5点)

- (2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$ (5点)

4. 関数 $f(x) = \log(1-x)$ について、次の問に答えよ。

- (1) n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ を求めよ。(5点)

(2) 関数 $f(x)$ のマクローリン展開を x^3 の項まで求めよ。(7点)

5. 次の関数の導関数を求めよ。

(1) $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$ (5点)

(2) $f(x) = \tan^{-1} x$ (5点)

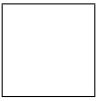
(3) $f(x) = e^{3x+1} \sin(x^2 + 1)$ (5点)

(4) $f(x) = 2^{-x}$ (5点)

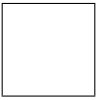
(5) $f(x) = \cos^{-1} \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ (7点)



6. (1) $\lim_{x \rightarrow +0} x \log x$ を求めよ。(5点)



(2) 関数 $y = x \log x$ の増減を調べ、グラフの概形を書け。(7点)



7. 直交座標で表された点 $(\sqrt{2}, -\sqrt{6})$ を極座標 (r, θ) で表せ。ただし、 $0 \leq \theta < 2\pi$ とせよ。(5点)

