

微分積分学 I 中間試験問題 (2009年6月)

氏名 \_\_\_\_\_

学籍番号 \_\_\_\_\_

1. (1) 無限等比級数

$$-\frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{2}{9} - \dots$$

の和を求めよ。(6点)

- (2) 定義域が  $D = \{x \mid x \leq 0\}$  の関数  $f(x) = 2 - x^2$  の逆関数を  $f^{-1}(x)$  とする。関数  $f^{-1}(x)$  とその定義域を求め、グラフの概形を描け。(7点)

- (3) 関数  $f(x) = |x - 1|$  の  $x = 1$  における連続性と微分可能性を調べよ。(6点)

2. (1)  $\tan\left(\arccos\left(-\frac{1}{2}\right)\right)$  を求めよ。(5点)

(2)  $0 \leq A \leq 1$  に対し、 $\arccos A + \arccos \sqrt{1 - A^2}$  の値を求めよ。(6点)

3. 次の極限值を計算せよ。

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^4 4^n - n^5}{n^6 3^n + n^4 4^{n-1}}$  (5点)

(2)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - \sqrt{3}}{x - 2}$  (5点)

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{\sin^2 3x}$  (5点)

(4)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x-2} \right)^{-x}$  (5点)

4. 微分の基本公式に関して次の問に答えよ。

(1) 微分の定義に基づいて  $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$  を証明せよ。(6点)

(2) 前問の公式を応用して  $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$  を求めよ。(6点)

5. マクローリン展開について次の問に答えよ。

(1) 関数  $f(x)$  の第  $n$  次マクローリン展開を書け。ただし剰余項を  $R_n(x)$  とする。(6点)

(2) 関数  $f(x) = \sqrt{(1+x)^3}$  のマクローリン展開を  $x^3$  の項まで求めよ。(7点)

(3)  $\sqrt{1.1^3}$  の近似値を小数第3位まで記せ。(6点)

6. 逆関数の微分に関して次の問に答えよ。

(1) 関数  $f$  の逆関数  $f^{-1}$  が存在して微分可能であるとき、 $y = f^{-1}(x)$  に対して

$$\{f^{-1}(x)\}' = \frac{1}{f'(y)} \quad \left( \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}} \right)$$

が成り立つ。これを応用して、 $-1 < x < 1$  に対し、 $(\arcsin x)'$  を求めよ。(7点)

(2) 恒等式  $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}$  を応用して、 $(\arccos x)'$  を求めよ。(6点)

(3)  $\left(\frac{\arccos x}{\arctan x}\right)'$  を求めよ。(6点)