

微分積分学 I 中間試験問題 (2011 年 6 月)

氏名 \_\_\_\_\_

学籍番号 \_\_\_\_\_

1. 次の関数の極限值を求めよ。

(1)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\log x}{x - 1}$  (3 点)

(2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x - \sqrt{x^2 + x + 2}}$  (3 点)

(3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan^3 x - \sin^3 x}{x^5}$  (3 点)

2. 関数  $y = g(x)$  が  $x = a$  で連続であることの定義を書き下せ。また、それを用いて次の関数  $f(x)$  の  $x = 0$  での連続性を調べよ。(7 点)

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

3. 数列  $\{a_n\}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) について次の問に答えよ。

(1)  $2a_{n+1} - a_n - 1 = 0$ ,  $a_1 = 0$  のとき, 一般項  $a_n$  を  $n$  を用いた式で表せ。(2 点)

(2)  $n \rightarrow \infty$  のとき,  $a_n$  の極限值を求めよ。(2 点)

4. 次の関数の値域を求めよ。また、この関数の逆関数およびその定義域と値域を求めよ。

(1)  $y = e^{x^2+5}$  , ただし ,  $x \geq 0$  とする。(5点)

(2)  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  , ただし ,  $x > 0$  とする。(5点)

5. 次の問に答えよ。

(1) 関数  $y = \sqrt[3]{3x^2 + 2}$  の導関数を求めよ。(4点)

(2) 関数  $y = \frac{5x}{x^2 + 1}$  の導関数を求めよ。(4点)

(3) 関数  $y = \tan^3 x + 3 \tan x$  の導関数を求めよ。(4点)

(4) パラメータ表示された次の関数の導関数  $\frac{dy}{dx}$  を  $t$  の式で表せ。(4点)

$$\begin{cases} x = 1 - t^2 \\ y = t^3 \end{cases}$$

6. 次の関数の導関数を求めよ。

(1)  $y = \tan^{-1} e^x$  (4点)

(2)  $y = x^{-x}$  ただし  $x > 0$  とする。(4点)

(3)  $y = \log \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{x}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x}}$  (4点)

7. 次の関数の2次導関数を求めよ。

(1)  $y = \tan^{-1} x$  (4点)

(2)  $y = (\cos x)(\log x)$  (4点)

(3)  $y = e^{-2x} \sin x$  (4点)

8. 次の極限值を求めよ。

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$  (4点)

(2)  $\lim_{x \rightarrow +0} \sqrt{x} \log x$  (4点)

(3)  $\lim_{x \rightarrow +0} x^{\sqrt{x}}$  (2点)

9. 関数  $f(x) = \frac{1}{1+2x}$  について次の問に答えよ。

(1)  $f^{(3)}(x)$  を求めよ。(6点)

(2)  $f(x)$  の Maclaurin (マクローリン) 展開を  $x^3$  の項まで求めよ。(4点)

10. 関数  $f(x) = e^{-x^2}$  の増減表を作り、極値や変曲点及び凹凸を求め、曲線  $y = f(x)$  の概形を描け。(10点)